

Fragen zu Wärmelehre

Verständnisfragen

1. Formulieren Sie die Ihnen bekannten Hauptsätze der Wärmelehre in Ihren eigenen Worten und erklären Sie jeden von Ihnen an einem Beispiel.

Lösung: Die Bewertung bleibt dem Tutor überlassen.

2. Warum nimmt das Volumen von Körpern bei Erwärmung zu und ihre Dichte ab?

Lösung: Aufgrund der zugeführten Energie nimmt die Bewegung der Teilchen eines Körpers zu. Sie stoßen häufiger miteinander und nehmen dadurch ein größeres effektives Volumen ein. Dadurch steigt das Volumen des Körpers und in selbem Ausmaß sinkt seine Dichte.

3. Charakterisieren Sie den Begriff „innere Energie“. Geben Sie ein Beispiel, in dem die innere Energie eines Objekts erhöht wird.

Lösung: Eine Erhöhung der inneren Energie führt zu einer Erwärmung der beteiligten Objekte. Sie kann durch Arbeit an dem beteiligten Objekt erhöht werden. Ein Beispiel wäre die Reibung zweier Objekte aufeinander: Durch die Reibung kommen die Objekte entgegen des ersten Newtonschen Axioms relativ zueinander zur Ruhe. Sie erfahren dabei eine Erwärmung, ihre Bewegungsenergie wird also in innere Energie umgewandelt.

4. Welche Formen des Wärmetransports kennen sie? Beschreiben Sie jede kurz und nennen Sie eine Möglichkeit, diesen Wärmetransport einzuschränken.

Lösung: Wärmetransport kann über Wärmeleitung, Konvektion und Wärmestrahlung geschehen. Bei Wärmeleitung nehmen Teilchen durch Stöße Teile der Energie anderer Teilchen auf und geben sie durch erneute Stöße an andere Teilchen wieder ab. Dadurch wird die kinetische Energie im Körper verteilt. Bei der Konvektion ist der Wärmetransport mit einem tatsächlichen Stofftransport verbunden. Ein Beispiel dafür ist das Aufsteigen warmer Luft aufgrund ihrer geringeren Dichte. Bei der Wärmestrahlung wird die thermische Energie von elektromagnetischen Wellen transportiert. Wärmeleitung und Konvektion lassen sich am Besten durch Isolation des Systems, etwa durch Evakuierung der Umgebung, unterbinden. Ein Teil der Wärmestrahlung lässt sich von verspiegelten Oberflächen reflektieren und so dem warmen Objekt wieder zuführen.

5. Was beschreibt die Größe der Entropie?

Lösung: Entropie ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass ein System einen bestimmten Zustand einnimmt. Je mehr Zustände dem System offen stehen desto höher ist seine Entropie. Gleichzeitig sinkt die mittlere Wahrscheinlichkeit für die Einnahme jedes einzelnen Zustandes. Bei reversiblen Zuständen bleibt die Entropie konstant, d.h. die Zahl der einzunehmenden Zustände bleibt konstant. Bei irreversiblen Zuständen dagegen steigt die Entropie. Insgesamt strebt ein System immer seinem Zustand maximaler Entropie entgegen.

6. Was unterscheidet ideale und reale Gase?

Lösung: Für ideale Gase wird angenommen, dass sie aus punktförmigen Teilchen ohne gegenseitige Anziehung bestehen. In realen Gasen ist dies nicht der Fall. Das den Teilchen zur Verfügung stehende Volumen ist um das Eigenvolumen der Teilchen reduziert und das innere Druck des Gases erhöht sich um die Interaktionskraft zwischen den Teilchen.

Rechenaufgaben

1. Für die Abmessung größerer Flüssigkeitsmengen werden im Labor häufig gläserne Messpipetten genutzt. Laborglas hat einen Längenausdehnungskoeffizienten von $3,25 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$.
 - a) Sie nutzen eine Pipette, die bei 0°C eine Länge von 60cm hat. Wie lang ist diese Pipette bei 32°C ?
 - b) Die Pipette hat außerdem einen Durchmesser von $0,5\text{cm}$. Wie groß ist die Volumenzunahme, wenn die Pipette von 0°C auf 32°C erwärmt wird? Nehmen Sie hierzu an, die Pipette sei ein Zylinder.
 - c) Einfaches Fensterglas hat einen Längenausdehnungskoeffizienten von $7,6 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$. Warum werden Laborinstrumente nicht aus solchem Glas hergestellt?

Lösung:

- a) Für die Länge nach Erwärmung gilt $l = l_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$. Daraus erhält man direkt $l = 0,6\text{m} \cdot \left(1 + 3,25 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot 32\text{K}\right) = 0,6000624\text{m} = 60,00624\text{cm}$. Die Pipette dehnt sich also um weniger als $0,1\text{mm}$ aus. Die Ausdehnung erscheint darum vernachlässigbar.
 - b) Für den Volumenausdehnungskoeffizienten gilt $\kappa = 3 \cdot \gamma$ und damit $\kappa = 9,75 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$. Man erhält damit eine Volumenausdehnung um $\Delta V = 9,75 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K} \cdot \pi(0,5 \cdot 0,005\text{m})^2 \cdot 0,6\text{m} \cdot 32\text{K} \approx 3,676 \cdot 10^{-9}\text{m}^3 = 3,676 \cdot 10^{-3}\text{cm}^3$.
 - c) Bei diesem Glas ist die Längenausdehnung mehr als doppelt so groß. Im obigen Beispiel etwa würde die Ausdehnung der Pipette etwa $0,15\text{mm}$ betragen. Dies kann Messungenauigkeiten zur Folge haben, in größeren Geräten die aus verschiedenen Materialien mit unterschiedlichen Längenausdehnungskoeffizienten bestehen aber auch zu inneren Spannungen im Material und zur Beschädigung des Geräts führen.
2. Die Siedetemperatur von Wasser nimmt mit abnehmender Dichte ab. Der Zusammenhang wird näherungsweise von der Magnus-Formel

$$p(T) = 6,112\text{hPa} \cdot \exp\left(\frac{17,62 \cdot T}{243,12^\circ\text{C} + T}\right).$$

Da der menschliche Körper zu einem großen Teil aus Wasser besteht wird dies bei geringen Drücken zum Problem. Berechnen Sie, bei welcher Höhe der Luftdruck so gering wird, dass Wasser bei Körpertemperatur (37°C) zu sieden beginnt.

Lösung:

Aus der Magnus-Formel erhält man einen Sättigungsdampfdruck von $p(37^\circ\text{C}) = 6,112\text{hPa} \cdot \exp\left(\frac{17,62 \cdot 37^\circ\text{C}}{243,12^\circ\text{C} + 37^\circ\text{C}}\right) \approx 62,653\text{hPa} = 6265,3\text{Pa}$. Stellt man die Barometrische Höhenformel nach h um, so erhält man $h = -H \cdot \ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$ und kann somit die Höhe berechnen: $h = -8\text{km} \cdot \ln\left(\frac{62,653\text{hPa}}{1013\text{hPa}}\right) \approx 22,26\text{km}$.

3. Das Volumen eines Gases ist druck- und temperaturabhängig. Ein Taucher in 20m Tiefe füllt seine Lungen zusätzlich zu dem Residualvolumen von 1,5l mit 1l Luft aus seiner Druckluftflasche. Leider hat er nicht auf die Anzeige seiner Druckluftflasche geachtet und stellt fest, dass die Flasche nun leer ist. Er versucht darum den Atem anzuhalten und mit diesem einen Atemzug die Oberfläche zu erreichen. Berechnen Sie die Ausdehnung der in der Lunge enthaltenen Luft. Bemerkte: Die Lunge eines durchschnittlichen erwachsenen Menschen hat ein Volumen von 3,5l.

Lösung:

Zunächst muss der Druck in 20m Wassertiefe bestimmt werden. Dieser entspricht dem Schweredruck der Flüssigkeitssäule zusätzlich zum Luftdruck, also $p = \rho \cdot g \cdot h + p_{\text{Luft}} \Rightarrow p = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20\text{m} + 101300\text{Pa} = 297500\text{Pa}$. In der Lunge des Tauchers befinden sich $2,5\text{l} = 2500\text{cm}^3 = 0,0025\text{m}^3$ Luft. Da gelten muss $p_1V_1 = \text{Const.} = p_2V_2$ da sich die Temperatur der Luft in den Lungen nicht ändert, kann man rechnen $V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{297500\text{Pa} \cdot 0,0025\text{m}^3}{101300\text{Pa}} \approx 0,0073\text{m}^3 = 7,3\text{l}$. Die Lunge des Tauchers würde durch die Volumenzunahme der Luft also bersten.

4. Bei der Hämodialyse wird das Blut eines Patienten unter anderem durch Osmose von Abfallprodukten wie beispielsweise Harnstoff befreit. Die hierfür eingesetzte semipermeable Membran ist jedoch auch durchlässig für Kalium- und Calciumionen, deren Vorhandensein im Blut lebensnotwendig ist. Die Dialysierflüssigkeit wird darum zusätzlich mit diesen Ionen angereichert. Menschliches Blut besitzt im Normalfall eine Kaliumionenkonzentration von etwa 2,4mmol/l und eine Calciumionenkonzentration von etwa 1,3mmol/l.
- a) Berechnen Sie den von diesen beiden Stoffen ausgelösten osmotischen Druck, würde der Dialysierflüssigkeit keine Ionen zugesetzt. Nehmen Sie hierzu an, dass der Osmosevorgang bei Körpertemperatur geschieht.
- b) Einer ihrer Patienten hat einen erhöhten Calciumgehalt von 2,4mmol/l im Blut. Wie lässt sich dieser während der Dialyse senken?

Lösung:

- a) Es gilt das van't Hoff Gesetz: $\Pi = c \cdot R \cdot T$. Aus den angegebenen Konzentrationen erhält man für Kalium: $\Pi = 2,4 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 310,15\text{K} \approx 6185,63\text{Pa}$ und für Calcium $\Pi = 1,3 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 310,15\text{K} \approx 3350,55\text{Pa}$.

- b) Bei Osmose gleichen sich die Konzentrationen der beiden benachbarten Flüssigkeiten einander an. Die Differenz zwischen dem Calciumgehalt des Patienten und dem zu

erreichenden Calciumgehalt beträgt $2,4 \frac{\text{mmol}}{\text{l}} - 1,3 \frac{\text{mmol}}{\text{l}} = 1,1 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$. Die Menge an Calciumionen, die der einen Flüssigkeit entzogen wird wird der anderen zugeführt, am Ende muss also auf beiden Seiten der Membran eine Konzentration von $1,3 \text{mmol/l}$ herrschen. Die ursprünglich genutzte Konzentration von Calciumionen in der Dialysierflüssigkeit muss also um die oben ausgerechnete Differenz verringert werden: $1,3 \frac{\text{mmol}}{\text{l}} - 1,1 \frac{\text{mmol}}{\text{l}} = 0,2 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$. Die Dialysierflüssigkeit darf also nur mit $0,2 \text{mmol/l}$ an Calciumionen versetzt werden. Auf diese Weise werden durch Osmose die überschüssigen Calciumionen aus dem Blut des Patienten entfernt.

5. Ein durchschnittlicher Mensch von 75kg Gewicht hat einer Körperoberfläche von etwa 2m^2 und eine Wärmeleistung von 120W bei 20°C Umgebungstemperatur. Die Hauttemperatur beträgt im Mittel 32°C . Nehmen Sie zunächst an, die Wärme würde nur über Wärmeleitung abgegeben.
- Die Wärmeleitfähigkeit von Luft beträgt $0,0261 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$. In welcher Entfernung von der Haut entspricht die Temperatur wieder der Umgebungstemperatur?
 - Die Wärmestromdichte lässt sich auch mittels dem Wärmedurchgangskoeffizienten k beschreiben. Dieser berechnet sich aus λ über $k = \frac{\lambda}{\Delta l}$ und hat die Einheit $[k] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$. Ein nackter Mensch hat einen Wärmedurchgangskoeffizienten von etwa $10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$. Bei welchem Temperaturunterschied zur Hautoberfläche werden nun die 120W Wärmeleistung erbracht? Durch normale Kleidung wird der Wert von k halbiert, durch warme Kleidung um $\frac{2}{3}$ gesenkt. Welche Temperaturunterschiede ergeben sich dann?
 - In Wasser beträgt die Wärmeleitung $0,5562 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$. Wenn ein Mensch sich in einem natürlichen Gewässer befindet, so kann er aufgrund von Strömungen immer nur einen kleinen Bereich von maximal 4cm um sich herum mit seiner Körperwärme erwärmen, bevor die Temperatur wieder auf die Umgebungstemperatur abgefallen ist. Der durchschnittliche menschliche Körper ist in der Lage eine Wärmeleistung von maximal 340W über einen längeren Zeitraum von einigen Minuten bereitzustellen. Wird eine höhere Wärmeleistung eingefordert sinkt die Körperkerntemperatur. Bestimmen Sie, bei welcher Wassertemperatur der Körper nicht mehr in der Lage ist, seine Körperkerntemperatur stabil zu halten.
 - Bestimmen Sie die theoretische Wärmeleistung über Wärmestrahlung bei einer Hauttemperatur von 32°C und einer Umgebungstemperatur von 20°C .
 - Bei Temperaturen, die oberhalb der Körpertemperatur liegen, kann der Körper seine Wärme nicht mehr über Konvektion oder Wärmestrahlung abgeben. Warum können Menschen dennoch in extrem heißen Gebieten überleben? Nennen Sie den hierfür verantwortlichen Vorgang und erklären Sie das zugrunde liegende physikalische Prinzip.

Lösung:

- Aus der Formel zur Wärmestromdichte lässt sich ableiten, dass $\frac{1}{A} \dot{Q} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta l} \Leftrightarrow \Delta l = \frac{A \lambda \Delta T}{\dot{Q}}$. Hieraus ergibt sich sofort $\Delta l = 2 \text{m}^2 \cdot 0,0261 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \cdot 12 \text{K} \cdot \frac{1}{120 \text{W}} \approx 0,0052 \text{m} = 5,2 \text{mm}$.

- b) Mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten lässt sich die Formel zu $\frac{1}{A}\dot{Q} = k\Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \frac{\dot{Q}}{Ak}$. Man erhält $\Delta T = \frac{120W}{2m^2 \cdot 10 \frac{W}{m^2K}} = 6K$. Die Wärmeleistung von 120W wird also bei einer Umgebungstemperatur von 26°C erreicht. Mit normaler Kleidung liegt die Temperaturdifferenz bei $\Delta T = \frac{120W}{2m^2 \cdot 5 \frac{W}{m^2K}} = 12K$ und für dicke Kleidung bei $\Delta T = \frac{120W}{2m^2 \cdot 3,33 \frac{W}{m^2K}} = 18K$.
- c) Für die Wärmedifferenz erhält man die Formel $\frac{1}{A}\dot{Q} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta l} \Leftrightarrow \Delta T = \frac{\dot{Q}\Delta l}{A\lambda}$. Hieraus erhält man $\Delta T = \frac{340W \cdot 0,04m}{2m^2 \cdot 0,5562 \frac{W}{mK}} \approx 12,23K$. Ab einer Wassertemperatur von etwa 20°C besteht also Unterkühlungsgefahr.
- d) Die Formel für die über Wärmestrahlung abgegebene Wärmeleistung ist $P = A \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$ und man erhält $P = 2m^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4} \cdot ((305,15K)^4 - (293,15K)^4) \approx 145,78W$.
- e) Menschen können in solchen Gebieten nur aufgrund ihrer Möglichkeit zur aktiven Kühlung durch Schwitzen überleben. Durch das Verdampfen von Schweiß auf der Haut wird dem Körper die extrem hohe Verdampfungswärme von Wasser entzogen und wird so sehr effektiv gekühlt. Fällt dieses System aus, beispielsweise aufgrund von Wassermangel, so stirbt der Mensch.